

LES EXOS D'ASTRO DE L'ESA/ESO

Une série d'exercices d'astronomie
à partir d'images du télescope
spatial Hubble (NASA/ESA)
et des télescopes terrestres de l'ESO



Exercice **3**

Mesurer la distance de la nébuleuse "Œil de Chat" (Cat's Eye)
à partir d'observations du télescope spatial Hubble (NASA/ESA)



Table des matières

Les Exos d'Astro de l'ESA/ESO — 3

Préface

- Préface page 2

Introduction

- Mort d'une étoile de faible masse page 3
- Distance de la nébuleuse planétaire page 4
- La nébuleuse planétaire 'Œil de Chat' page 5

Objectifs

- Objectif 1 page 7
- Objectif 2 page 7
- Objectif 3 page 7
- La méthode de l'agrandissement page 8
- Objectif 4 page 10
- Objectif 5 page 10
- Objectif 6 page 10
- Objectif 7 page 10
- Objectif 8 page 10
- La méthode de l'ajustement radial page 11
- Objectif 9 page 13
- Objectif 10 page 13
- Objectif 11 page 13

Lectures conseillées

- Articles scientifiques page 14

A l'attention du professeur

- A l'attention du professeur page 16

Préface

Les Exos d'Astro de l'ESA/ESO - 3

Mesurer la distance de la nébuleuse "Œil de Chat" (Cat's Eye)

L'astronomie est une science accessible et visuelle, faisant d'elle un outil pédagogique idéal pour l'enseignement. Au cours des dernières années, le télescope spatial Hubble (NASA/ESA) ainsi que les télescopes terrestres de l'ESO (situés à La Silla et à Paranal au Chili) nous ont présenté des vues nouvelles et toujours plus spectaculaires de l'Univers. Ces instruments n'ont pas simplement fourni des images étonnantes, ils sont aussi devenus d'inestimables outils pour les astronomes. Grâce à leur excellente résolution angulaire (netteté de l'image), ils permettent de voir plus loin que jamais dans l'Univers et de répondre à des questions restées jusque-là non élucidées.

Si l'analyse de ces observations est souvent très sophistiquée, il arrive que son principe soit suffisamment élémentaire pour que de jeunes étudiants de niveau secondaire puissent en faire une exploitation simple.

C'est dans cette optique que l'ESA (Agence Spatiale Européenne) qui dispose de 15% du temps d'observation sur Hubble et l'ESO (Observatoire Austral Européen) ont élaboré conjointement cette série



Figure 1 : Le télescope spatial Hubble (NASA/ESA)
Depuis son orbite au-dessus de la Terre, le télescope spatial capture des vues spectaculaires de l'Univers.



Introduction

Mort d'une étoile de faible masse

La nébuleuse "Œil de Chat" (NGC 6543) est qualifiée de "nébuleuse planétaire". Elle n'a toutefois rien à voir avec une planète. Le terme fut introduit au XIX^e siècle car pour les télescopes de l'époque, ces objets d'aspect diffus ressemblaient à des planètes.

Les nébuleuses planétaires se forment durant l'agonie d'une étoile de faible masse, comme notre Soleil, quand les couches externes en sont progressivement éjectées.

La lumière de l'étoile résulte de fusions thermonucléaires. Au cours de ce processus, quatre noyaux d'hydrogène fusionnent pour donner un noyau d'hélium. On parle de 'combustion' de l'hydrogène

Une telle fusion ne peut se dérouler qu'au sein des étoiles, où des forces gravitationnelles gigantesques assurent une température allant jusqu'à 10^7 K. Il y a ainsi suffisamment d'énergie pour vaincre la force de répulsion électrostatique entre protons. Quatre noyaux (protons) d'hydrogène peuvent alors fusionner pour créer un nouveau noyau, appelé noyau d'hélium, et libérer ainsi beaucoup d'énergie (voir Fig. 2).

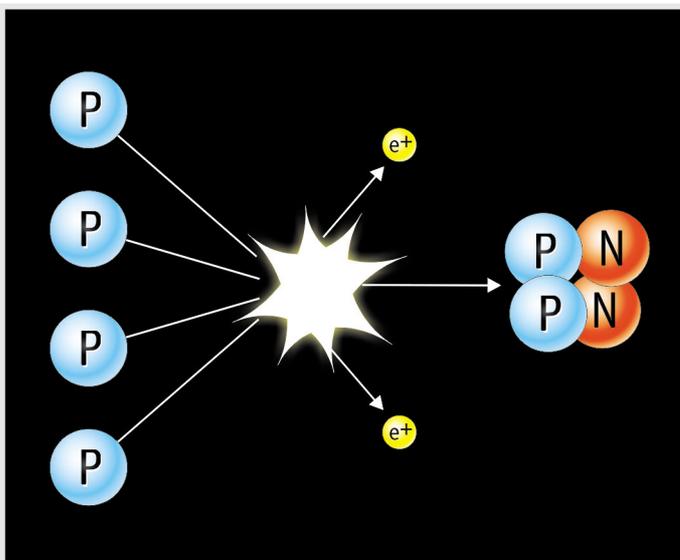


Figure 2 : Fusion de l'hydrogène

L'étoile, pour générer de l'énergie, fusionne quatre noyaux d'hydrogène en un noyau d'hélium. Le processus comporte plusieurs étapes. Seul le bilan est ici schématisé.

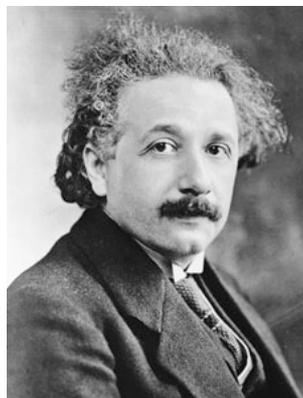


Figure 3 : Albert Einstein

La fameuse équation d'Einstein $E = Mc^2$ établit la relation entre la masse et l'énergie.

La masse du noyau d'hélium constitue seulement 99,3% de la masse des quatre noyaux d'hydrogène qui lui ont donné naissance. La fusion convertit les 0,7% résiduels de masse en énergie — principalement de la lumière — qui peut être calculée à partir de la fameuse équation d'Einstein, $E = Mc^2$. Comme c^2 est un nombre très grand, même une faible part de matière est ainsi convertie en beaucoup d'énergie. Les 0,7% de masse résiduelle dans chaque réaction peuvent sembler très faibles, mais comme un grand nombre de réactions se déroulent, la masse totale impliquée (et donc l'énergie) est colossale.

L'énergie rayonnée équilibre la force de gravitation et l'étoile reste stable pendant les 90% de sa vie (le Soleil devrait rester dans son état actuel pendant encore 5 milliards d'années).

Quand l'hydrogène vient à manquer et que sa consommation n'est plus possible, seules les forces gravitationnelles restent en présence : elles compriment le cœur de l'étoile. La température augmente alors jusqu'à 100 millions de degrés Kelvin, et les noyaux d'hélium commencent à fusionner dans le cœur pour former des éléments plus lourds tels que le carbone : l'hélium "brûle".

A ce stade, les parties externes de l'étoile commencent à se dilater. Pour une étoile de la taille du Soleil, l'expansion atteindrait l'orbite de la Terre.

Au cours des derniers moments de sa vie, l'étoile subit un brassage (*dredge-up* en anglais) de ses



Introduction

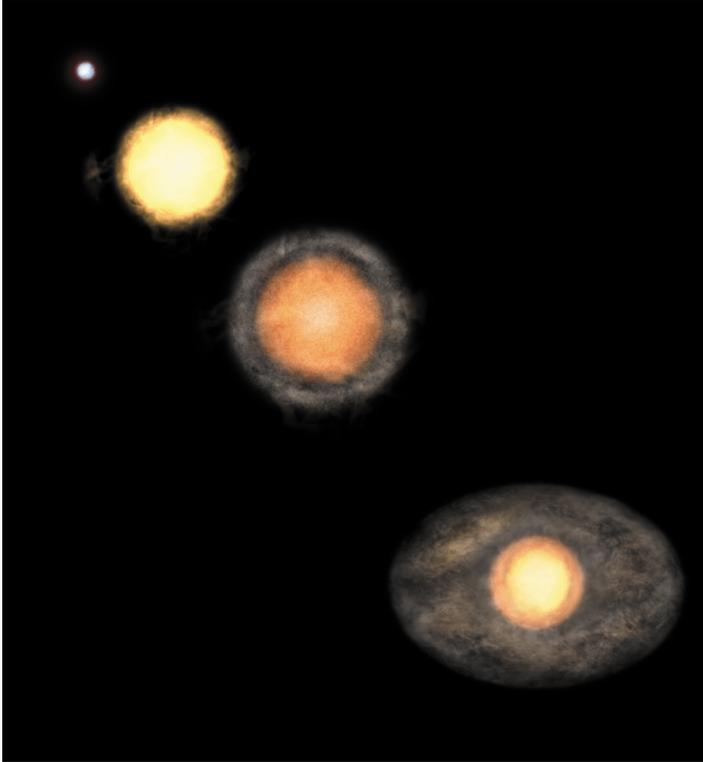


Figure 4 : Les dernières phases de la vie d'une étoile de faible masse

Quand une étoile est dans sa phase finale, elle commence à brûler des éléments de plus en plus lourds. A partir de ce moment, l'étoile éjecte de la poussière et des gaz, formant ainsi une nébuleuse planétaire.

éléments. Du matériau en provenance des parties les plus internes de l'étoile est amené de façon répétée en surface. L'enveloppe s'enrichit donc en éléments plus lourds que l'hydrogène. L'enveloppe est finalement éjectée dans l'espace, parfois sous forme de coquille sphérique, mais souvent de façon asymétrique, laissant un cocon autour de l'étoile mourante (Fig. 4).

La lumière ultraviolette émise par le cœur de l'étoile illumine les matériaux éjectés. Nous voyons alors apparaître au télescope la structure complexe de la nébuleuse planétaire. À l'échelle astronomique, les nébuleuses planétaires ont une durée de vie très courte : l'âge de plusieurs d'entre elles, y compris la nébuleuse Œil de Chat (NGC 6543), est seulement de 1000 ans environ. Leur âge ne dépasse généralement pas 50 000 ans. Elles se dispersent ensuite dans le milieu interstellaire pour l'enrichir en éléments lourds, à leur tour disponibles pour la prochaine génération d'étoiles.

Le Soleil est une étoile ordinaire de faible masse qui finira en nébuleuse planétaire. La Terre ne

survivra pas à cet événement, mais nous avons encore 5 milliards d'années devant nous avant ce problème environnemental majeur !

Distance à la nébuleuse planétaire

Dans cet exercice, nous mesurerons la distance qui nous sépare de la nébuleuse Œil de Chat. L'étude de ses propriétés physiques (telles que sa taille, sa masse, sa luminosité et son âge) est impossible sans une mesure précise de la distance. C'est pourquoi l'astronomie repose en grande partie sur des mesures précises des distances.

Mesurer la distance aux nébuleuses planétaires n'est pas si simple. Bien qu'elles soient générées par des étoiles de faible masse, la masse initiale de leur géniteur peut varier d'un facteur dix, formant des nébuleuses aux propriétés très diverses. Comme elles n'ont ni la même taille ni la même luminosité, il est impossible de généraliser pour aboutir rapidement à leur distance. Cependant, quelques observations attentives suffisent parfois pour déterminer la distance, comme c'est le cas pour la nébuleuse Œil de Chat.



Introduction

La nébuleuse planétaire "Œil de Chat"

Située dans la constellation du Dragon, la nébuleuse Œil de Chat est l'une des plus complexes jamais observées. Les images d'Hubble révèlent une surprenante diversité : couches de gaz concentriques, jets de gaz très rapides et protubérances gazeuses atypiques. On pense que l'étoile centrale est en fait une étoile double car les ef-

fets dynamiques de deux étoiles orbitant l'une autour de l'autre expliquent mieux la complexité de la nébuleuse.

L'analyse de celle-ci, détaillée Fig. 6, fut effectuée à plusieurs reprises. On sait maintenant que plusieurs de ses composantes sont d'âges différents de celui de la partie centrale. Les mesures de l'exercice ne tiendront pas compte de tous les détails de sa structure, mais seulement du petit axe de l'ellipsoïde nommé E25.

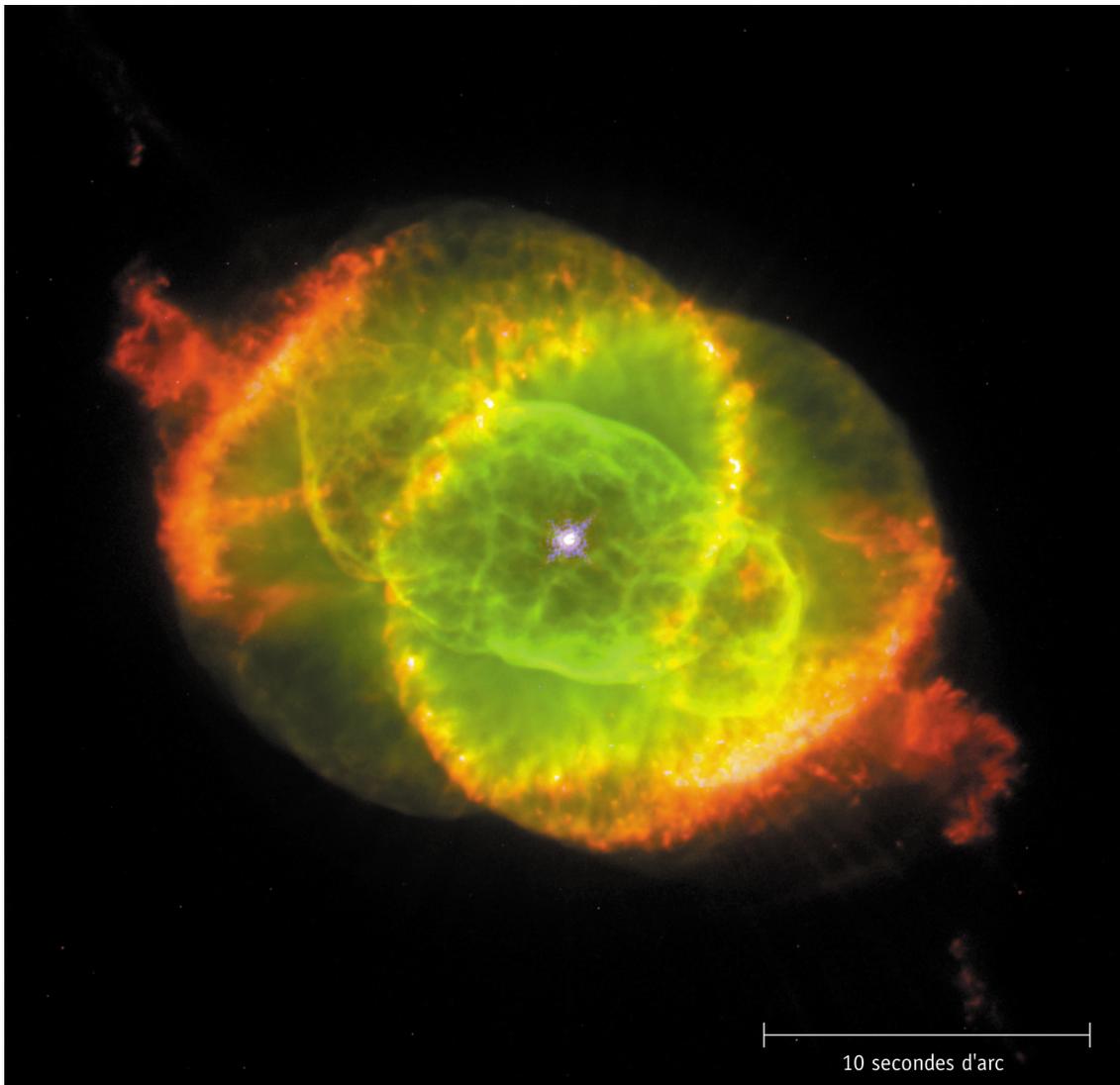


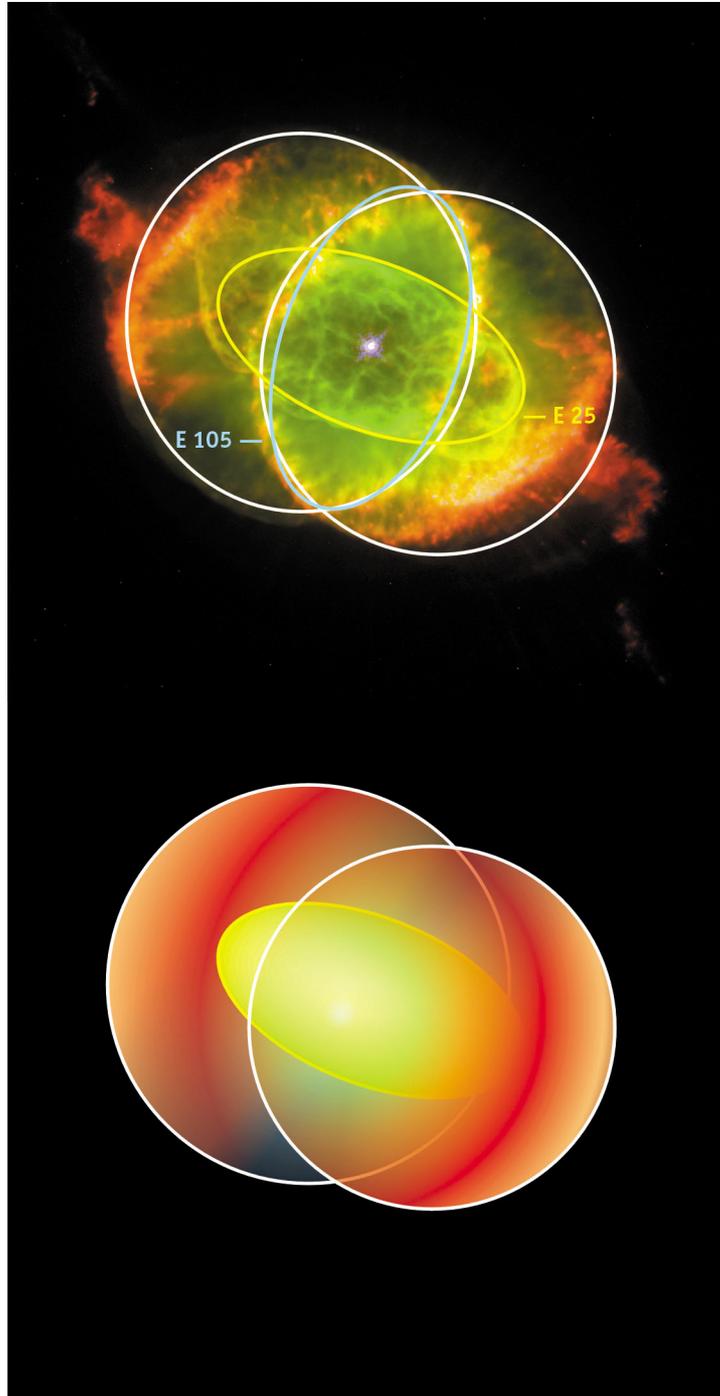
Figure 5 : La nébuleuse planétaire Œil de Chat

Cette photo en couleurs de la nébuleuse Œil de Chat, NGC 6543, obtenue grâce à l'Objectif Grand Champ et Planétaire d'Hubble, est en fait une photo composite de trois photos prises à différentes longueurs d'onde. L'azote ionisé (658,4 nm) est en rouge, l'oxygène doublement ionisé (500,7 nm) est en vert et l'oxygène neutre (630,0 nm) en bleu. L'échelle de la photo est indiquée. E25 est l'ellipsoïde le plus proche de l'étoile centrale.



Introduction

Introduction



*Figure 6 : Modèle géométrique 3D de la nébuleuse "Œil de Chat"
On y voit la structure bipolaire de la nébuleuse. L'ellipsoïde interne E25 est en jaune. D'après Reed et al. (1999).*



Objectifs

Dans les questions suivantes, t est le temps écoulé entre deux observations faites par Hubble.

Objectif 1

- ? Trouvez une relation entre le déplacement
- angulaire, a , le temps, t , et la vitesse angulaire du déplacement, ω .

La vitesse angulaire devra être exprimée en radians par secondes.

Objectif 2

- ? Trouvez une relation entre le déplacement
- linéaire l , le temps t et la vitesse de déplacement v_t . Cette vitesse est appelée vitesse tangentielle.

La vitesse tangentielle devra être exprimée en km/s.

Objectif 3

En utilisant l'approximation des petits angles (Cf. les Outils mathématiques), on trouve une relation entre la distance D , le déplacement linéaire l et le déplacement angulaire a :

$$D = l/a$$

- ? Utilisez cette équation afin de trouver une
- relation entre la distance, D , la vitesse tangentielle, v_t , et la vitesse angulaire, ω .

Des images de la nébuleuse Œil de Chat ont été obtenues à deux reprises par Hubble : le 18 septembre 1994 et le 17 août 1997. Si les deux images sont observées rapidement en alternance (technique du *blinking* ou "comparaison par scintillement"), on s'aperçoit que la nébuleuse s'est dilatée pendant l'intervalle de temps. Cette expansion angulaire n'est pas assez importante pour être facilement décelable. Comme vous le verrez plus loin, on peut toutefois déterminer le facteur d'expansion exprimé en rad/s.

L'utilisation de cet effet, nommé parallaxe d'expansion, est fréquente en astronomie. D'habitude, il est appliqué en radioastronomie, mais la haute résolution d'Hubble permet de déterminer la parallaxe d'expansion de cette nébuleuse relativement éloignée et dans le domaine visible.

Mesurer la parallaxe d'expansion le long du petit axe E25 revient à trouver une vitesse angulaire ω , perpendiculaire à la ligne de visée. Une information supplémentaire est nécessaire pour calculer la distance à la nébuleuse : la vitesse tangentielle le long du petit axe de E25. Cette vitesse fut calculée par un groupe d'astronomes (Miranda & Solf, 1992) en combinant des méthodes spectroscopiques¹ et un modèle cinétique d'expansion de la nébuleuse. Ils conclurent que la vitesse tangentielle le long du petit axe E25 était de 16,4 km/s (en gros 60 000 km/h).

Puisque la vitesse tangentielle v_t est connue, nous avons seulement besoin de trouver la vitesse angulaire. Vous utiliserez pour cela deux méthodes différentes : celle de l'agrandissement et celle de l'ajustement radial.

¹Les instruments spectroscopiques séparent la lumière en ses différentes composantes ou longueurs d'onde, tout comme un prisme la décompose en couleurs. On peut alors chercher les caractéristiques d'un effet Doppler induit par les mouvements de la source et la vitesse radiale correspondante (se rapprochant ou s'éloignant de nous). Dans le cas particulier qui nous intéresse, la connaissance de la vitesse radiale a été combinée avec des modèles d'expansion (dans toutes les directions) pour en déduire la vitesse tangentielle.



Objectifs

La méthode de l'agrandissement

Dans les images d'Hubble, l'expansion occupe moins de un pixel (*Picture Element*) et sa mesure demande donc une technique sophistiquée.

La méthode de l'agrandissement consiste à agrandir l'image de 1994 jusqu'à ce qu'elle soit parfaitement superposable avec celle de 1997. La Fig. 7 montre la soustraction des deux images (l'image de 1994 n'y est pour l'instant pas agrandie). Dans chacune des 9 images de la Fig. 8, l'image de 1994 est agrandie d'un facteur F (spécifié en haut à droite de chaque image) puis l'image de 1997 lui est soustraite.

Plus les deux images se ressemblent, plus la différence est faible. Nous devons alors chercher l'image la plus atténuée et relever le facteur d'agrandissement correspondant : il décrira le mieux l'expansion de la nébuleuse. Observez que la parallaxe d'expansion n'est pas la même dans toutes les directions ; nous devons être attentifs à la composante qui nous intéresse plus particulièrement, à savoir le petit axe E25.

Une fois le facteur d'agrandissement F déterminé, ω peut être calculée grâce à l'expression :

$$\omega = \frac{(F - 1)d}{t}$$

où t est le temps écoulé entre la prise des deux images et d la distance angulaire entre l'étoile centrale et les extrémités de E25. ω est exprimée en rad/s.

Les étapes suivantes vous guideront dans le calcul des différents paramètres de cette expression. Vous pourrez alors en déduire ω et la distance à la nébuleuse Œil de Chat.

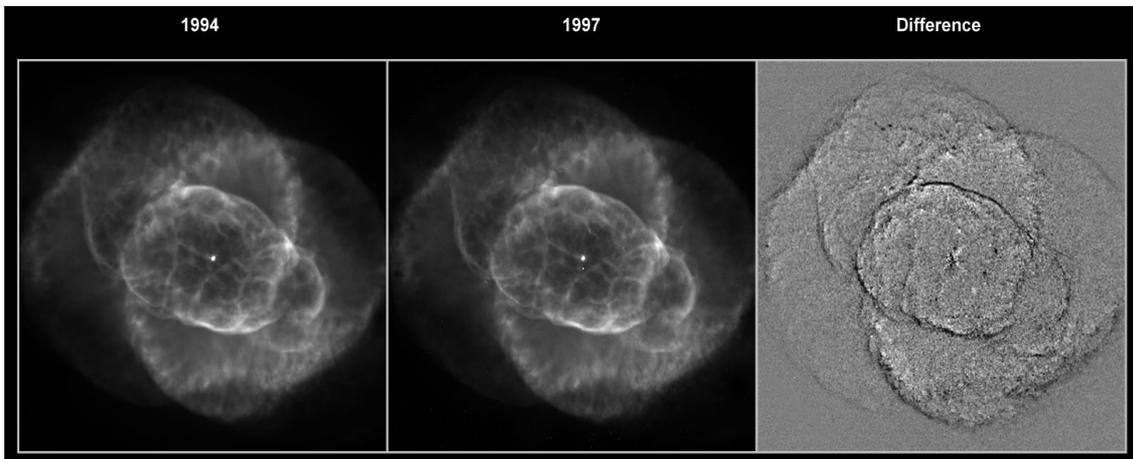


Figure 7 : Traitement d'image effectué afin de mieux percevoir l'expansion

La première image (Fig. 7a) date de 1994, la seconde (Fig. 7b) de 1997. On peut difficilement détecter la différence sans ordinateur. Le traitement d'image consiste à soustraire une image de l'autre. On obtient une image résiduelle (Fig. 7c).



Objectifs

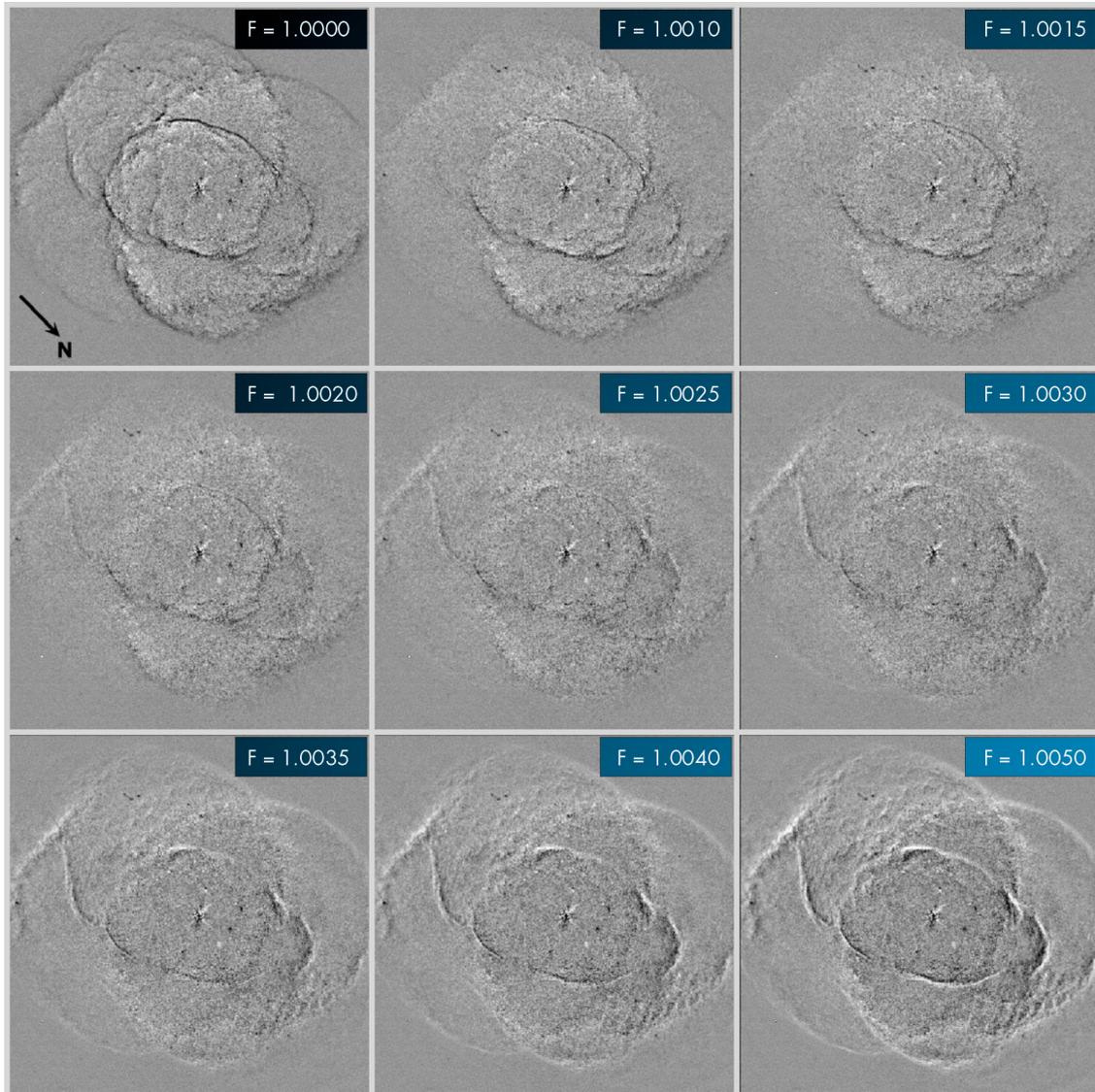


Figure 8 : Les neuf images résiduelles

Ces images sont le résultat d'une soustraction entre la photo de 1994 agrandie d'un facteur F et la photo de 1997. Le nombre F est indiqué (d'après Reed et al., 1999).



Objectifs

Objectif 4

- ?
- Parmi les neuf images de la Fig. 8, choisissez celle pour laquelle le petit axe E25 disparaît ou semble disparaître. Si vous n'arrivez pas à vous décider entre deux facteurs d'agrandissement, F , vous pouvez en prendre la moyenne.

Objectif 5

- ?
- Calculez le temps écoulé entre la prise des deux images et convertissez-le en secondes. Pourquoi n'est-il pas important de connaître l'heure exacte de la journée à laquelle ces images furent prises ?

Objectif 6

- ?
- Localisez le petit axe E25 dans la Fig. 5. Mesurez la distance d entre l'étoile centrale de la nébuleuse et les extrémités de E25 en milli-secondes d'arc. Convertissez cette distance en radians, en utilisant le facteur de conversion des 'Outils mathématiques'.

Objectif 7

- ?
- Vous avez maintenant tous les paramètres pour calculer la parallaxe d'expansion ω , avec la méthode de l'agrandissement.

Objectif 8

Comme nous l'avons déjà mentionné, la vitesse tangentielle du petit axe E25, v_t , a été évaluée par une équipe d'astronomes à 16,4 km/s.

- ?
- Calculez notre distance à la nébuleuse Œil de Chat.

Avant de comparer votre résultat avec celui de Reed et al., calculez cette distance par une autre méthode : celle de l'ajustement radial.



Objectifs

La méthode de l'ajustement radial

En mesurant la luminance des pixels d'une ligne traversant l'étoile centrale dans la Fig. 5, nous obtenons la courbe Fig. 9. Les extrema correspondent aux zones lumineuses et sombres le long de la ligne. Elles reflètent l'intensité de la lumière provenant des différentes parties de la nébuleuse.

La différence entre les courbes obtenues à partir des photos de 1994 et 1997 est alors exploitable pour mesurer l'expansion de la nébuleuse.

Malheureusement, la différence en position entre les différentes composantes des images est si faible (moins d'un pixel) que nous ne pouvons pas facilement répéter ces mesures ici. Nous devons faire confiance aux mesures scientifiques de ω pour en déduire la distance à la nébuleuse Œil de Chat. Les scientifiques ont mesuré ω en différents endroits de E25 (et aussi en d'autres points de la nébuleuse). Leurs mesures sont reportées Fig. 10.

NB : Elles sont exprimées en millisecondes d'arc par an et doivent être converties dans les unités appropriées.

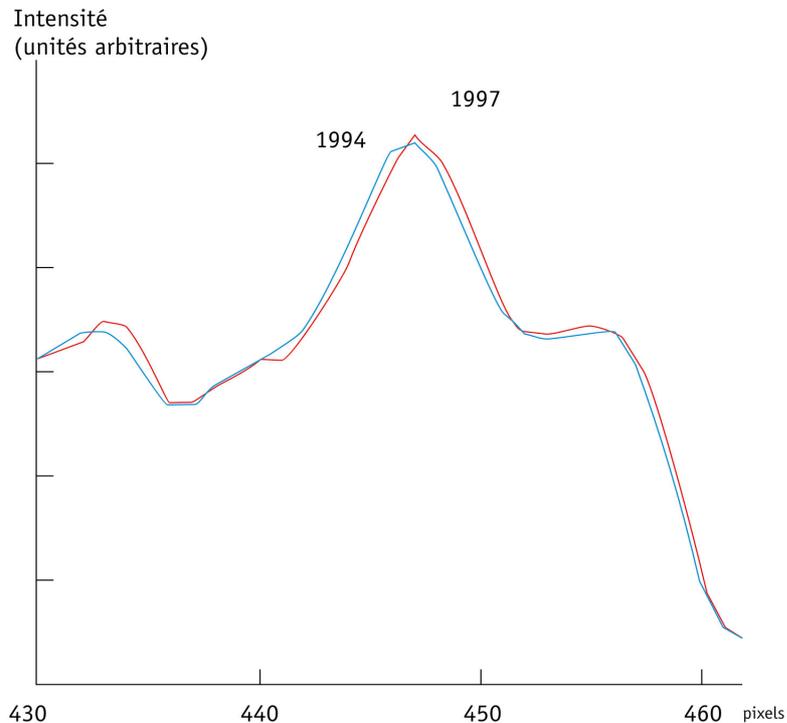


Figure 9 : Le profil des intensités
Deux exemples de relevés d'intensité le long d'une ligne traversant la nébuleuse, respectivement grâce aux images de 1994 et 1997. La ligne utilisée est à "12 heures" dans la Fig. 10.





Objectifs

Objectifs

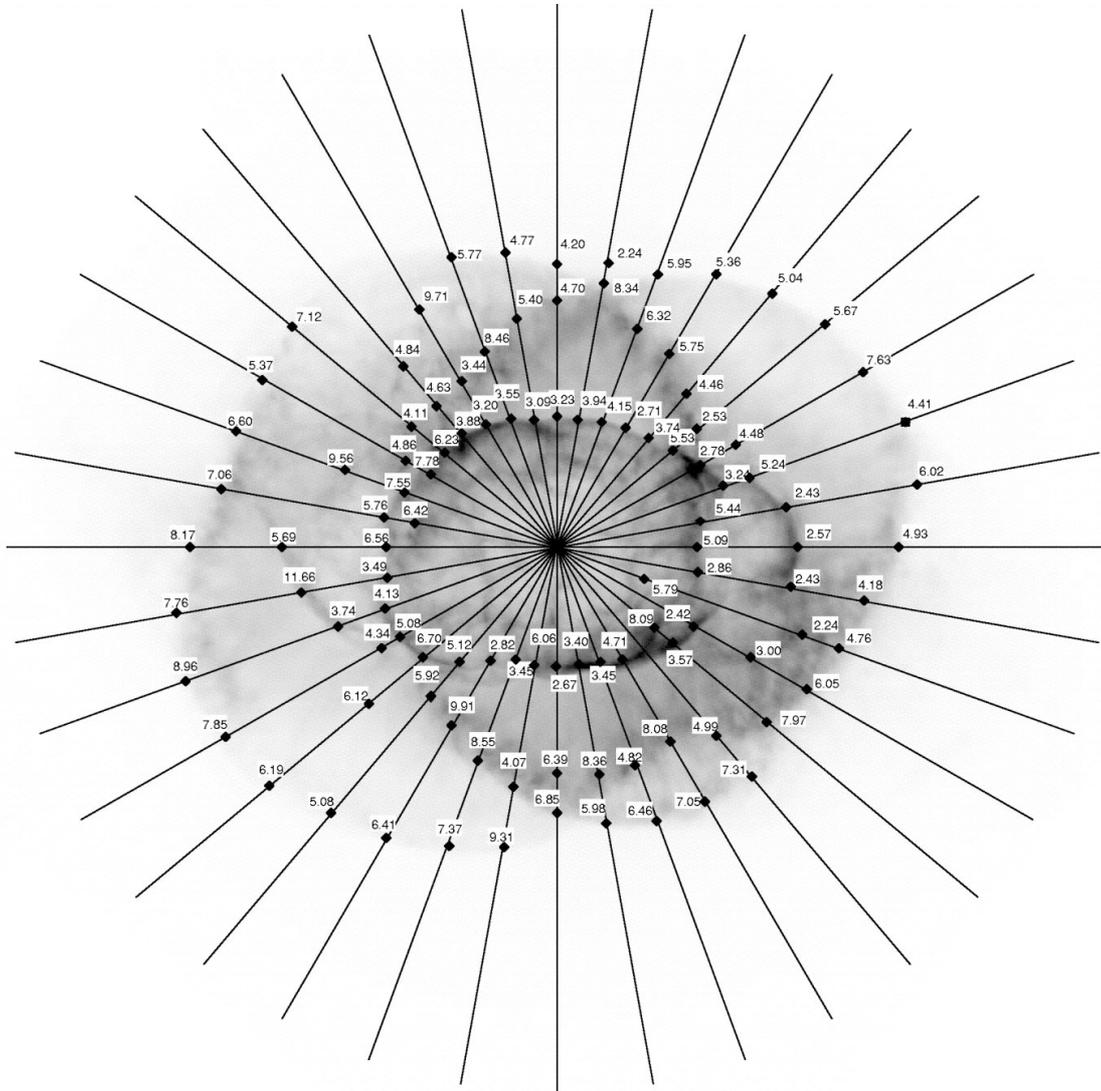


Figure 10 : ω et le profil des intensités radiales

Chaque valeur de ω résulte d'une analyse attentive de l'évolution de l'image le long de chaque ligne. ω est exprimée en milli-secondes d'arc/an (d'après Reed et al., 1999).



Objectifs

Objectif 9

- ? Identifiez le petit axe E25 dans la Fig. 10.
- Relevez alors les valeurs de ω pour les losanges correspondants (prenez garde au risque de confusion dans la lecture). Moyennez les valeurs de ω et calculez notre distance à la nébuleuse Œil de Chat.

Objectif 10

L'âge cinématique T (temps écoulé depuis le début de l'expansion de la nébuleuse) du noyau interne de la nébuleuse peut être déduit des valeurs précédentes en supposant que le taux d'expansion est constant :

$$T = d/\omega$$

La valeur de d a été trouvée au cours de l'Objectif 6.

- ? Calculez l'âge cinématique T pour les deux valeurs de ω précédemment déterminées.

Objectif 11

Le résultat de Reed et al. pour la distance qui nous sépare de la nébuleuse Œil de Chat est 1001 ± 269 parsecs. Il fut obtenu non seulement à partir de E25 mais aussi : a) en mesurant d'autres structures avec la méthode d'agrandissement b) en utilisant tous les losanges de l'ajustement radial et finalement c) en utilisant une troisième méthode, celle des profils.

- ? Comparez votre résultat avec celui de Reed et al.
- ? Comment vos choix influencent-ils votre résultat ? Refaites en effet le calcul de la distance en modifiant légèrement les paramètres. Par exemple, vous auriez pu choisir une autre image résiduelle dans la méthode de l'agrandissement ou d'autres losanges dans la méthode de l'ajustement radial. Faites de petites variations et observez les différences significatives qui peuvent en découler.

Cet exercice illustre à la fois la difficulté d'obtenir des mesures de distances précises malgré la solidité des outils astronomiques.





Lectures conseillées

Articles scientifiques

- Reed, Darren S., Balick, B., Hajian, Arsen R., Klayton, Tracy L., Giovanardi, S., Casertano, S., Panagia, N., Terzian, Y. 1999, AJ, 118, 2430–2441: *Hubble Space Telescope Measurements of the Expansion of NGC 6543: Parallax Distance and Nebular Evolution*
- Miranda, L.F., Solf, J. 1992, A&A, 260, 397–410: *Long-slit spectroscopy of the planetary nebula NGC 6543 - Collimated bipolar ejections from a precessing central source?*

Consultez aussi les liens du site :
<http://www.astroex.org/>



Colophon



EUROPEAN SOUTHERN OBSERVATORY
Education and Public Relations Service

Les Exos d'Astro de l'ESA/ESO
Exercice 3 : Mesurer la distance de la nébuleuse
"Œil de Chat" (Cat's Eye)
1^{ère} édition (traduction de la 2^{ième} édition
anglaise 23.05.2002)

Produit par :
the Hubble European Space Agency Information
Centre and the European Southern Observatory :
<http://www.astroex.org>
(Des versions pdf des exercices et leurs références
sont téléchargeables à cette adresse)

Adresse postale :
European Southern Observatory
Karl-Schwarzschild-Str. 2
D-85748 Garching bei München
Allemagne

Téléphone : (49) 89 3200 63 06 (ou 3200 60)
Fax : (49) 89 3200 64 80 (ou 320 32 62)
E-mail : info@astroex.org

Texte :
Anne Værnholt Olesen, Lars Lindberg Christensen,
Jean-Marc Brauer et Arntraud Bacher

Graphiques et mise en page :
Martin Kornmesser

Traduction :
Thibaut Plisson

Lecture des épreuves :
Nausicaa Delmotte

Coordination :
Lars Lindberg Christensen et Richard West

Remerciements chaleureux à Darren Reed et Arsen
Hajian pour les données, à Nina Troelsgaard Jensen,
Frederiksberg Seminarium pour ses commentaires.



A l'attention du professeur

Résumé

Nous mesurons la vitesse d'expansion angulaire de la nébuleuse Œil de Chat en exploitant attentivement deux images prises par Hubble en 1994 et 1997. A l'aide d'un résultat scientifique antérieur sur la vitesse tangentielle, il est possible de déterminer notre distance à la nébuleuse. Nous trouvons aussi la distance en observant le changement du profil des intensités radiales entre les deux images.

Dans cet exercice, les élèves font moins de mesures que dans les exercices 1 et 2, mais deux différentes méthodes leur sont présentées — une 'traditionnelle' et une autre qui l'est moins — pour mesurer la distance qui nous sépare d'un objet astronomique.

Dans l'article scientifique original, les astronomes utilisent aussi une troisième méthode, mais qui requiert un programme informatique sophistiqué qu'il est impossible de reproduire ici.

Objectifs 1 et 2

En utilisant l'équation "distance = vitesse \times temps" on trouve :

$$a = \omega \cdot t$$

$$l = v_t \cdot t$$

Objectif 3

D'après la Figure 6 des Outils mathématiques, avec $b = l$ et $c = D$, on obtient :

$$D = l / a = v_t / \omega$$

Expression de ω :

d est la distance angulaire des composantes dans l'image de 1994. F est le facteur d'amplification. $F \cdot d$ est la distance angulaire dans l'image de 1997, donc $(F-1)d$ est la différence angulaire entre les deux images. En divisant par le temps écoulé, on obtient la vitesse angulaire.

Objectif 4

Le meilleur facteur d'agrandissement est **1,00275**, soit la moyenne de 1,0025 et de 1,0030.

$F = 1,00275$ donne le résultat le plus proche de l'article original.

Objectif 5

Le temps écoulé du 18 septembre 1994 au 17 août 1997 (dates données page 7) peut être facilement calculé. Notez au passage que 1996 est une année bissextile.

$$t = 3 \text{ ans} + 1 \text{ jour} - 31 \text{ jours} = 1065 \text{ jours} = \mathbf{9,2016 \times 10^7 \text{ s}}$$

Avec quatre chiffres significatifs, un jour de plus ou de moins ne change rien.

Objectif 6

Si l'image a pour dimensions $149 \times 146 \text{ mm}$:

44 mm correspondent à 10 secondes d'arc ($10''$) et 1 seconde d'arc à **4,4 mm**.

Une mesure directe de la distance de l'étoile centrale au petit axe E25 donne :

17,5 mm, correspondant à $d = 3,98'' = \mathbf{1,9282 \times 10^{-5} \text{ rad}}$ (en utilisant le facteur de conversion du livret 'Outils').



A l'attention du professeur

Objectif 7

On calcule ω d'après la méthode de l'agrandissement :

$$\omega = (F-1) \times d/t = (1,00275-1) \times 1,9282 \times 10^{-5} / (9,2016 \times 10^7) = 5,7628 \times 10^{-16} \text{ rad/s}$$

Objectif 8

La distance est alors :

$$D = v_t/\omega = 16,4 / (5,7628 \times 10^{-16}) = 2,8459 \times 10^{16} \text{ km} = 922 \text{ pc}$$

Objectif 9

Calculons ω et la distance D via la méthode de l'ajustement radial. Malheureusement, le choix des points à mesurer est large et le résultat peut varier dans de grandes proportions.

Un moyenne sur 12 points (en haut et en bas de l'ellipsoïde) donne :

haut	3,55	3,09	3,23	3,94	4,15	2,71
bas	2,82	3,45	6,06	2,67	3,40	3,45
Moyenne de ω (mas/an)	3,54					
Moyenne de ω (rad/s)	$5,45 \times 10^{-16}$					
D (km)	$3,01 \times 10^{16}$					
D (parsec)	976					

$$\omega = 3,54 \text{ mas/an} = 3,54 \times 10^{-3} \times 4,8481 \times 10^{-6} / (365 \times 24 \times 3600) \text{ rad/s} = 5,45 \times 10^{-16} \text{ rad/s}$$

Objectif 10

$$T = d/\omega = (1,9282 \times 10^{-5}) / (5,7628 \times 10^{-16}) = 3,3460 \times 10^{10} \text{ s} = 1061 \text{ ans}$$

Avec la valeur de ω donnée par l'ajustement radial :

$$T = 3,539 \times 10^{10} \text{ s} = 1123 \text{ ans}$$

Objectif 11

Les résultats obtenus par Reed et al. sont $D = 1001 \pm 269 \text{ pc}$ et $T = 1039 \pm 259 \text{ ans}$.

Remarquez que les deux méthodes laissent beaucoup de marge d'erreur. Il serait bon d'en persuader les élèves en leur faisant réaliser une analyse du type minimum/maximum. Bien qu'il y ait beaucoup de décisions délicates à prendre durant le raisonnement et les calculs, on ne doit cependant pas obtenir de résultats trop éloignés.

www.astroex.org

