

# GLI ESERCIZI DI ASTRONOMIA

a cura di

**ESA/ESO**

Esercizi di astronomia per studenti delle scuole superiori basati su osservazioni effettuate con il telescopio spaziale Hubble NASA/ESA ed i telescopi dell'ESO



Esercizio **3**



**Determinare la distanza della Nebulosa Occhio di Gatto**  
Basato su Osservazioni realizzate con il Telescopio Spaziale Hubble NASA/ESA





# Indice

## Gli esercizi di astronomia a cura di ESA/ESO 3

### Prefazione

- Prefazione ..... pagina 2

### Introduzione

- Ultime fasi della vita delle stelle di piccola massa ..... pagina 3
- Distanza delle nebulose planetarie ..... pagina 4
- La nebulosa planetaria Occhio di Gatto ..... pagina 5

### Quesiti

- Quesito 1 ..... pagina 7
- Quesito 2 ..... pagina 7
- Quesito 3 ..... pagina 7
- Il metodo dell'ingrandimento ..... pagina 8
- Quesito 4 ..... pagina 10
- Quesito 5 ..... pagina 10
- Quesito 6 ..... pagina 10
- Quesito 7 ..... pagina 10
- Quesito 8 ..... pagina 10
- Il metodo dell'adattamento radiale ..... pagina 11
- Quesito 9 ..... pagina 13
- Quesito 10 ..... pagina 13
- Quesito 11 ..... pagina 13

### Altre letture

- Articoli scientifici ..... pagina 14

### Guida per l'insegnante

- Guida per l'insegnante ..... pagina 16



Gli esercizi di astronomia a cura di ESA/ESO — 3

### Deteminare la distanza della Nebulosa Occhio di Gatto

L'astronomia è considerata generalmente una scienza visuale ed accessibile, ideale quindi per scopi didattici. Nel corso degli ultimi anni, il telescopio spaziale Hubble della NASA e dell'ESA ed i telescopi dell'ESO a La Silla e Paranal in Cile hanno mostrato panorami dell'Universo sempre più profondi e spettacolari. Hubble ed i telescopi dell'ESO non hanno fornito soltanto immagini sorprendentemente nuove, ma costituiscono soprattutto strumenti preziosi per gli astronomi. I telescopi hanno un'eccellente risoluzione sia spaziale che angolare (nitidezza d'immagine) e permettono di scrutare l'Universo più a fondo di quanto sia mai stato possibile e, dunque, trovare le risposte a questioni da lungo tempo insolute.

Le analisi di tali osservazioni, spesso sofisticate nel dettaglio, sono in alcuni casi sufficientemente semplici, in linea di principio, da offrire agli studenti della scuola secondaria l'opportunità di ripeterle da soli.

Questa serie di esercizi è stata prodotta dall'ESA (European Space Agency), partner europeo del progetto Hubble che ha accesso al 15% del tempo di osservazione, in collaborazione con l'ESO (European Southern Observatory).



**Figura 1: Il Telescopio Spaziale Hubble NASA/ESA**

*Il Telescopio Spaziale Hubble NASA/ESA, in orbita attorno alla Terra ci ha offerto spettacolari visioni dell'Universo.*

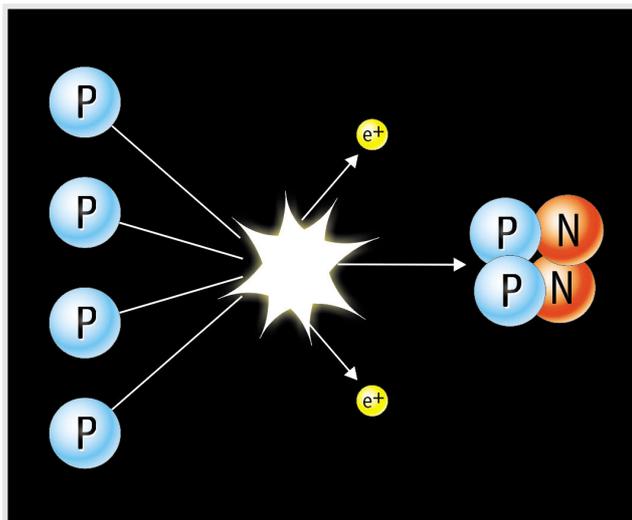


## Introduzione

### Ultime fasi della vita delle stelle di piccola massa

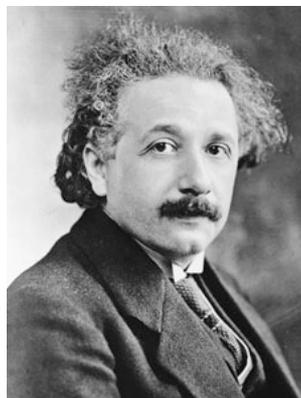
La nebulosa Occhio di Gatto (NGC 6543) è una cosiddetta nebulosa planetaria. Il termine “nebulosa planetaria” è improprio ed è stato introdotto nel 19° secolo quando, osservati con i piccoli telescopi del tempo, questi oggetti sembravano pianeti. Le nebulose planetarie si formano durante le fasi finali dell’evoluzione delle stelle di piccola massa, come il Sole, quando gli strati esterni della stella vengono espulsi lentamente.

La luce emessa dalla maggior parte delle stelle è un sottoprodotto del processo di fusione term nucleare, noto come combustione dell’idrogeno, nel quale quattro atomi di idrogeno si fondono in un atomo di elio. Questa fusione può avere luogo solo nel nucleo della stella dove enormi forze gravitazionali portano la temperatura a circa  $10^7$  gradi Kelvin. A queste elevate temperature c’è energia sufficiente a contrastare le forze elettrostatiche repulsive tra i protoni e così quattro nuclei di idrogeno (protoni) possono fondersi per creare un nuovo nucleo, l’elio (vedi figura 2), ed infine rilasciare ancora più energia.



**Figura 2: La combustione dell’idrogeno**

Il più semplice meccanismo per “generare” energia nelle stelle è la fusione di quattro nuclei di idrogeno in un nucleo di elio. Il processo ha diverse fasi, ma il risultato complessivo è mostrato in questa immagine.



**Figura 3: Albert Einstein**

La famosa equazione di Einstein  $E=Mc^2$  mostra la relazione tra massa ed energia.

La massa dell’atomo di elio è solo il 99,3 % della massa dei 4 atomi di idrogeno; il processo di fusione converte la massa residua 0,7% in una quantità di energia – per la maggior parte luminosa – che può essere calcolata dalla famosa equazione di Einstein,  $E=mc^2$ . Questo significa che anche una quantità piccolissima di massa può trasformarsi in una quantità spaventosa di energia. Lo 0,7% di massa residua di quattro atomi di idrogeno coinvolto in ogni singola reazione può sembrare poca cosa, ma se considerate il numero totale di reazioni coinvolte nel processo di fusione, scoprirete che la massa totale (e quindi l’energia) coinvolta è molto grande.

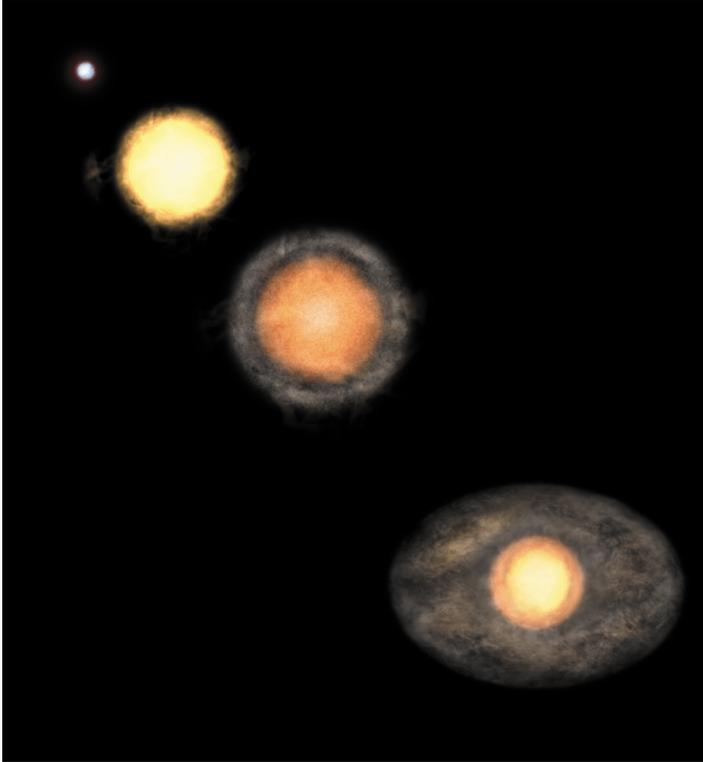
L’energia irradiata bilancia la forza di gravità, e la stella rimane in uno stato di equilibrio stabile per più del 90% della sua vita (il Sole dovrebbe rimanere nel suo attuale stato di equilibrio per altri 5 miliardi di anni).

Quando la provvista di idrogeno nel nucleo della stella viene esaurita e la fusione dell’idrogeno non è più possibile, le forze gravitazionali comprimono il nucleo della stella. Quindi la temperatura del nucleo raggiunge i 100 milioni di gradi K, e gli atomi di elio nel nucleo iniziano a fondersi per formare elementi più pesanti come ad esempio il carbonio con un processo noto come combustione dell’elio. A questo punto lo strato più esterno della stella si dilata fino a raggiungere una dimensione — per una stella come il Sole — confrontabile con l’attuale orbita della Terra.

Durante l’ultima fase della vita di una stella di piccola massa, il materiale dalle profondità della stella viene mandato rapidamente in superficie, perciò arricchisce l’involucro esterno con altri



## Introduzione



**Figura 4: Ultime fasi della vita di una stella di piccola massa**

Quando una stella giunge alla sua fase finale inizia a bruciare elementi sempre più pesanti. A questo punto la stella espelle polvere e gas formando, in tal modo, una nebulosa planetaria.

elementi oltre l'idrogeno, in un processo chiamato *drogaggio*. Questo involucro viene espulso nello spazio, talvolta come un guscio sferico, ma spesso ha una forma asimmetrica e crea una bozzolo attorno alla stella morente (vedi figura 4).

Appena la parte centrale della stella morente si espone, la luce ultravioletta proveniente dal nucleo illumina il materiale espulso, mettendo in rilievo la struttura e creando le nebulose planetarie che vediamo con i telescopi.

Le nebulose planetarie hanno vita breve rispetto agli standard astronomici. L'età di diverse nebulose planetarie ben conosciute — la Nebulosa Occhio di Gatto (NGC 6543) è una di queste — è attorno a 1000 anni, ed esse generalmente non hanno più di 50.000 anni. Dopo ciò esse lentamente si dissolvono nel mezzo interstellare, arricchendolo con elementi pesanti, disponibili per le stelle delle successive generazioni.

Il Sole è una stella ordinaria di piccola massa e ci si aspetta che esso finisca la sua vita come spettacolare nebulosa planetaria. La Terra non potrà mantenere la vita quando ciò avverrà, tuttavia dovranno trascorrere circa 5 miliardi di anni prima che questo diventi il nostro maggiore problema ambientale!

### Distanze delle nebulose planetarie

In questo esercizio misureremo la distanza della Nebulosa Occhio di Gatto. Lo studio delle proprietà fisiche come le dimensioni, la massa, la luminosità e l'età della nebulosa planetaria è impossibile senza prima aver eseguito misure accurate della distanza della nebulosa. Effettivamente, lo studio dell'Astronomia in generale è impossibile senza misure accurate di distanze e la qualità di queste influenza in modo cruciale tutti gli altri risultati.

Non è facile misurare le distanze delle nebulose planetarie. Anche se esse si formano dalle cosiddette stelle di piccola massa, la massa iniziale della stella progenitrice può ancora variare fino ad un fattore 10, dando alle singole nebulose planetarie proprietà assai diverse. Le nebulose planetarie non hanno la stessa dimensione o luminosità, quindi è impossibile usare tali generalizzazioni per valutarne la distanza. Occasionalmente possono essere eseguite osservazioni che permettono direttamente la determinazione della distanza di una nebulosa planetaria, come nel caso della Nebulosa Occhio di Gatto.



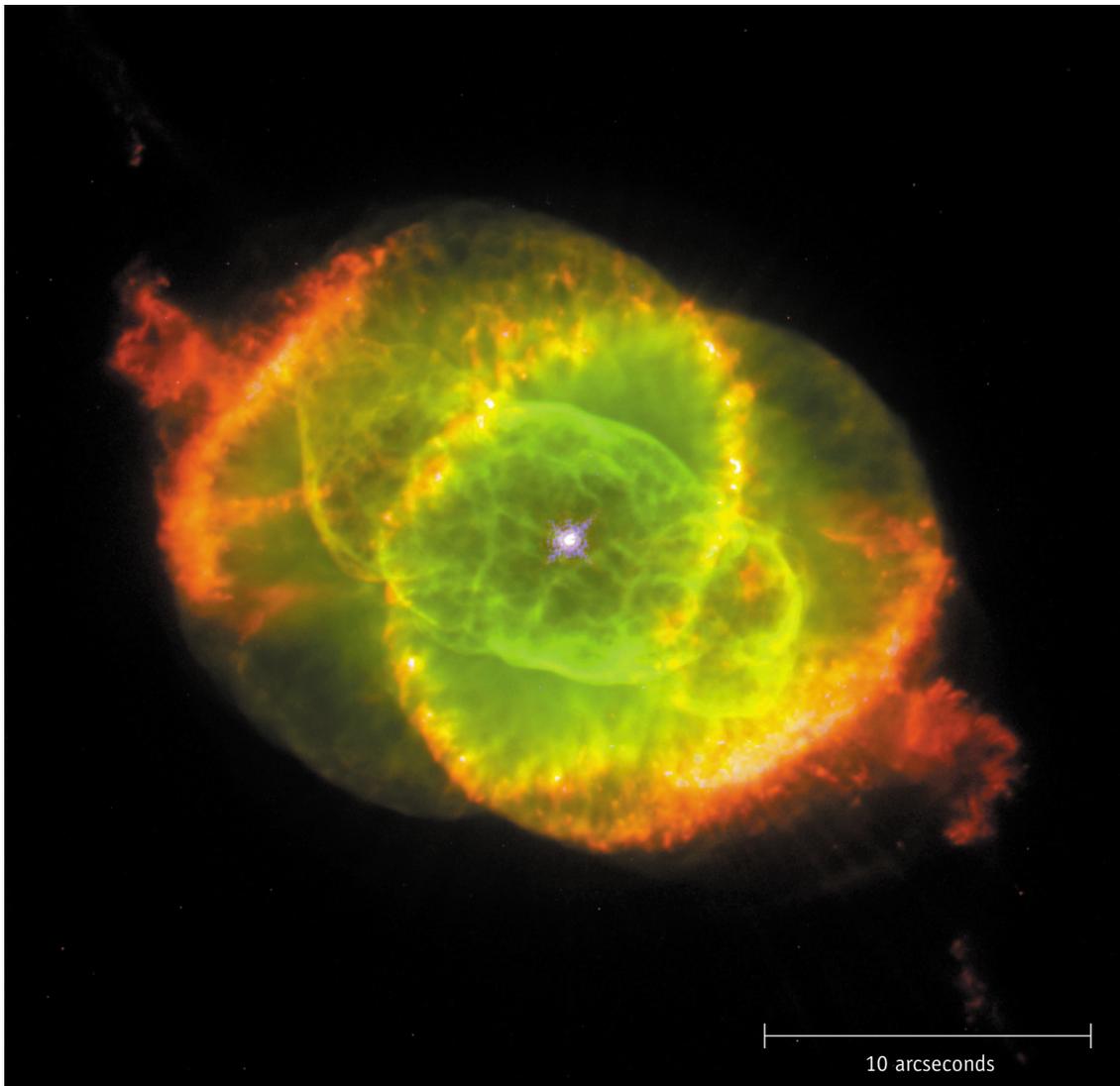
## Introduzione

### La nebulosa planetaria Occhio di Gatto

La Nebulosa Occhio di Gatto si trova nella costellazione del Drago ed è una delle più complesse nebulose planetarie mai viste. Le immagini di Hubble rivelano in modo sorprendente strutture intricate che comprendono gusci di gas concentrici, getti di gas ad alta velocità ed insoliti nodi di gas. Si pensa che la stella centrale sia in realtà una stella doppia, poiché gli effetti dinamici di due stelle orbitanti l'una attorno al-

l'altra spiegano più facilmente la struttura insolitamente complessa della nebulosa.

L'analisi delle diverse caratteristiche della nebulosa, mostrata in figura 6, sono state ripetute più volte nel tempo. È noto che alcune fra le caratteristiche più notevoli hanno età diversa rispetto a quella della parte centrale della nebulosa. Le misure che faremo in questo esercizio non riguarderanno tutte queste caratteristiche, ma si concentreranno sull'asse minore dell'ellissoide chiamato E25 (vedi fig. 6).

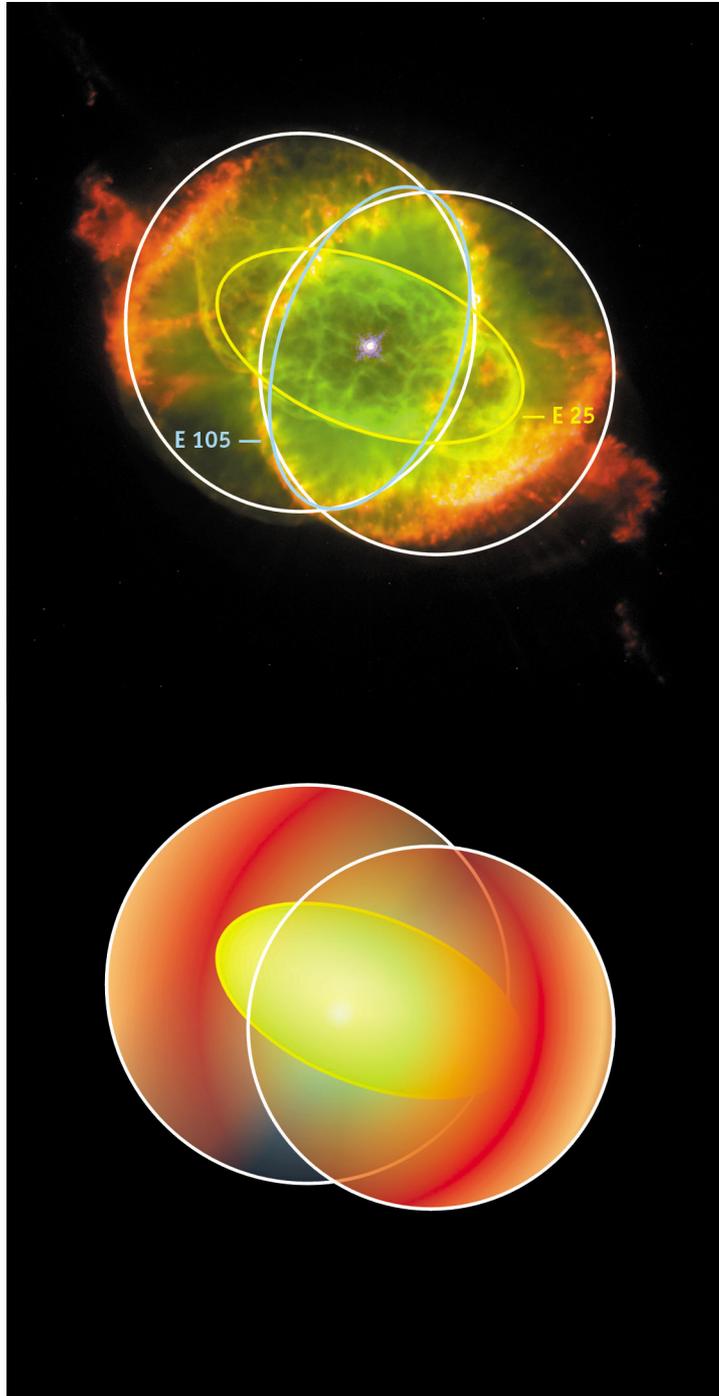


**Figura 5: La nebulosa Occhio di Gatto**

Quest'immagine a colori della Nebulosa Occhio di Gatto, NGC 6543, ottenuta con la Wide Field Planetary Camera II di Hubble è un'immagine composta da tre foto ottenute attraverso filtri a differenti lunghezze d'onda. L'azoto ionizzato (658,4 nm) appare in rosso, l'ossigeno due volte ionizzato (500,7 nm) in verde e l'ossigeno neutro in blu. La scala dell'immagine è indicata in basso. La caratteristica detta E25 è l'ellissoide più vicino al centro della stella.



## Introduzione



**Figura 6: Modello geometrico tridimensionale della Nebulosa Occhio di Gatto**  
La struttura bipolare della nebulosa è evidenziata. L'ellissoide interno, detto E25, è segnato in giallo. Adattamento da Reed et al. (1999).



## Quesiti

Nei due quesiti seguenti,  $t$  è il tempo trascorso tra le due osservazioni.

### Quesito 1

- ? Trova una relazione tra lo spostamento angolare,  $a$ , il tempo,  $t$ , e la velocità angolare dello spostamento,  $\omega$ .

La velocità angolare è misurata in unità d'angolo per unità di tempo. È importante che quest'angolo sia espresso in radianti.

### Quesito 2

- ? Trova una relazione tra lo spostamento lineare,  $l$ , il tempo,  $t$ , e la velocità nella direzione dello spostamento lineare,  $v_t$ . Questa velocità è detta velocità tangenziale.

La velocità tangenziale si misura in km/s.

### Quesito 3

Usando l'approssimazione per piccoli angoli (vedi la dispensa Strumenti), abbiamo trovato una relazione tra la distanza,  $D$ , lo spostamento lineare,  $l$ , e lo spostamento angolare,  $a$ .

$$D = l/a$$

- ? Usa questa equazione e trova una relazione tra la distanza,  $D$ , la velocità tangenziale,  $v_t$ , e la velocità angolare,  $\omega$ .

La nebulosa Occhio di Gatto è stata fotografata due volte con Hubble, la prima volta il 18 settembre 1994 e poi nuovamente il 17 luglio 1997. Se le due immagini vengono visualizzate alternativamente sullo schermo di un computer in rapida successione (una tecnica conosciuta come "blinking"), si può notare come la Nebulosa Occhio di Gatto si sia espansa nell'intervallo temporale tra le due immagini. Questa espansione non è tanto pronunciata da poter notare ad occhio qualche differenza tra le due immagini, ma è sufficiente per poter determinare la quantità dell'espansione in unità angolari per unità di tempo — come vedremo fra poco.

L'uso di questo effetto, noto come espansione parallattica, non è del tutto insolito in Astronomia. Viene per esempio applicato spesso alle

immagini ottenute con i radio-telescopi. Nel nostro caso l'alta risoluzione di Hubble ci permette di determinare l'espansione parallattica di alcuni dettagli di questa nebulosa relativamente distante utilizzando le lunghezze d'onda visibili. Ciò rende possibile una caratterizzazione dettagliata della nebulosa.

Misurare l'espansione parallattica lungo l'asse minore di E25 equivale a determinare una velocità angolare perpendicolare alla linea di osservazione. È necessaria un'informazione in più per calcolare la distanza della nebulosa: la velocità tangenziale lungo l'asse minore di E25. Fortunatamente questa velocità è stata ottenuta da un gruppo di astronomi (Miranda e Solf, 1992), i quali combinarono i metodi spettroscopici<sup>1</sup> con un modello cinematico dell'espansione della nebulosa. Il gruppo concluse che la velocità tangenziale lungo l'asse minore di E25 è 16,4 km/sec, che corrispondono approssimativamente a 60.000 km/h.

Poiché la velocità tangenziale,  $v_t$ , è data, dobbiamo determinare soltanto la velocità angolare. Per determinarla useremo due metodi: il metodo dell'ingrandimento ed il metodo dell'adattamento radiale.

<sup>1</sup> Le misurazioni spettroscopiche scompongono la luce nei suoi differenti colori o nelle sue lunghezze d'onda (per esempio con un prisma). La luce può quindi essere studiata per vedere se sia presente uno spostamento Doppler dovuto al movimento della sorgente; si può quindi dedurre la corrispondente velocità radiale (in allontanamento o in avvicinamento da noi). In questo caso particolare la conoscenza della velocità radiale è stata combinata con i modelli dei moti di espansione totale (in tutte le direzioni) per dedurre la velocità tangenziale.



## Quesiti

### Il metodo dell'ingrandimento

Quantitativamente, l'espansione nelle immagini di Hubble è inferiore ad un pixel (picture element) e quindi la sua misura richiede una tecnica abbastanza sofisticata. Il metodo dell'ingrandimento prende l'immagine del 1994 e la ingrandisce fino ad arrivare esattamente all'immagine del 1997. La figura 7 mostra il metodo della sottrazione. Tieni presente che nella figura 7 l'immagine presa nel 1994 non è ingrandita.

Nelle nove immagini di fig. 8 l'immagine del 1994 è stata ingrandita con un fattore diverso,  $F$  (il numero in alto a destra in tutte le piccole immagini) e poi è stata sottratta l'immagine del 1997 dall'immagine ingrandita del 1994.

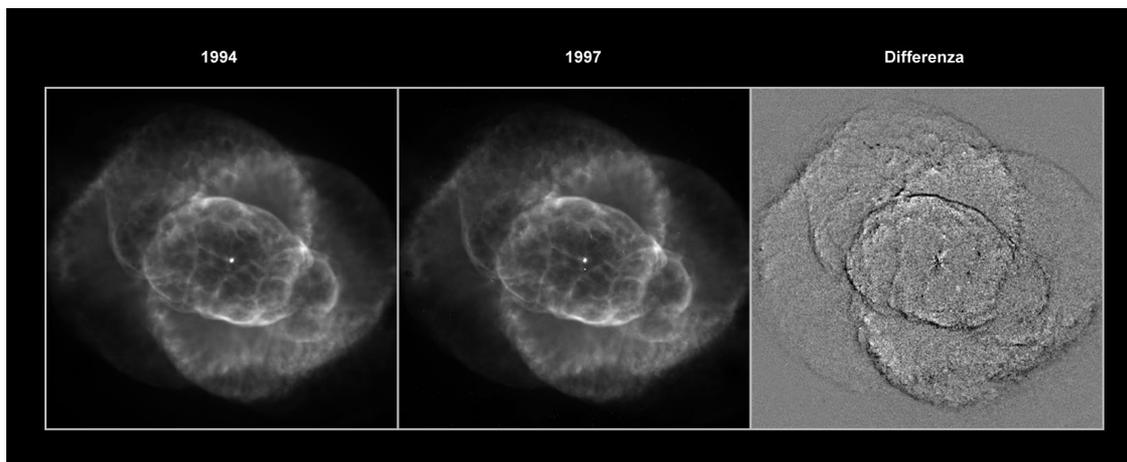
Più le due immagini sono simili, meno strutture ci sono nell'immagine residua. Così, noi dovremmo cercare l'immagine più uniforme e quando la troviamo il fattore d'ingrandimento al bordo è quello che descrive meglio l'espansione della Nebulosa Occhio di Gatto dal 1994 al 1997. Nota che siccome l'espansione parallatti-

ca non è la stessa per tutte le caratteristiche, noi dovremmo cercare l'immagine dove la "nostra" caratteristica — l'asse minore di E25 — scompare.

$$\omega = \frac{(F - 1)d}{t}$$

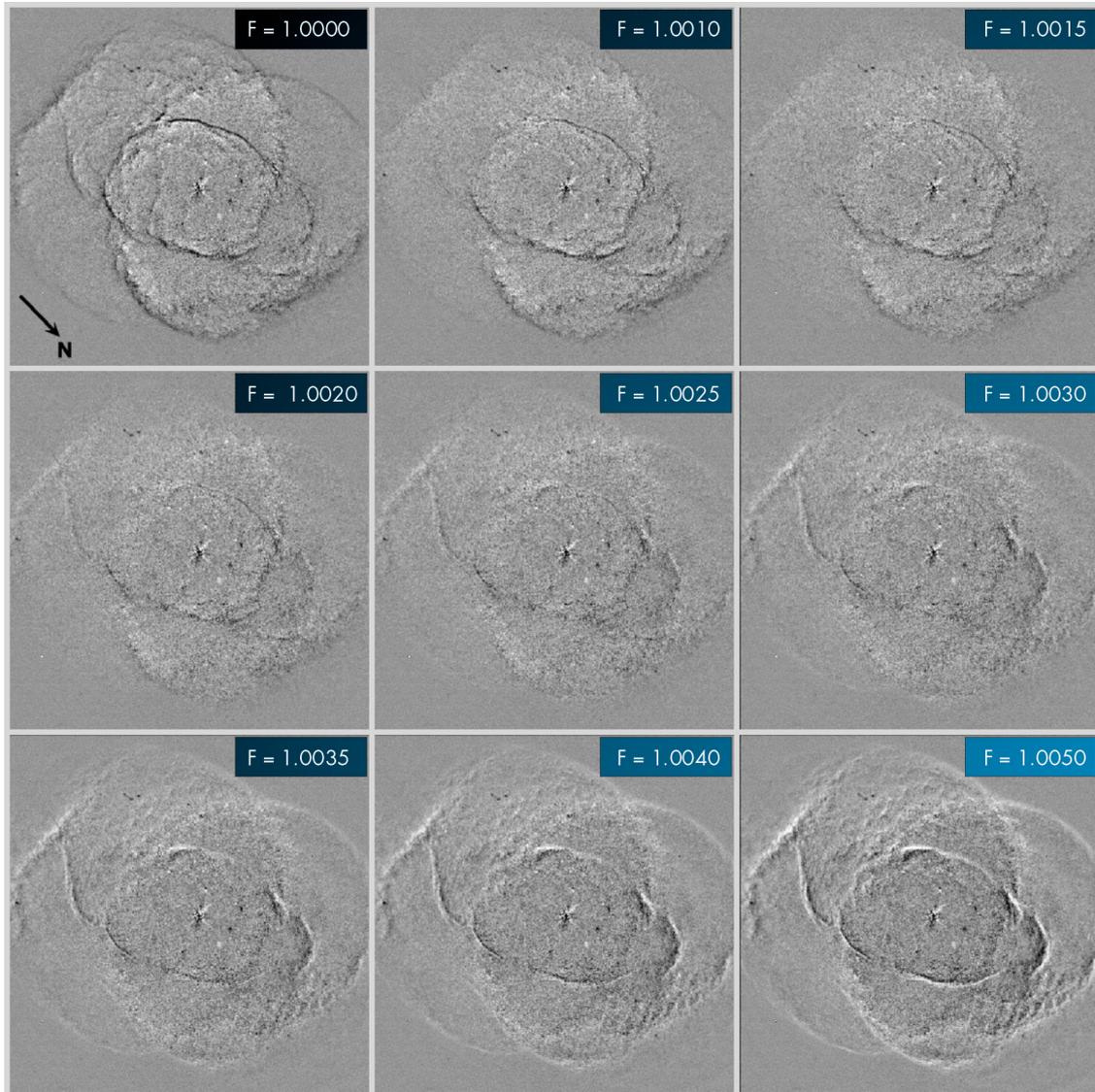
Quando si determina il fattore di ingrandimento,  $F$ , si può calcolare  $\omega$  da questa espressione: dove  $t$  è il tempo trascorso tra le due immagini e  $d$  è la distanza in radianti tra la stella centrale della nebulosa e le caratteristiche da misurare (in questo caso l'asse minore di E25)  $\omega$  è misurata in radianti per unità di tempo.

I seguenti esercizi vi portano al calcolo dei diversi parametri di quest'espressione. Successivamente sarete capaci di calcolare  $\omega$  e la distanza della Nebulosa Occhio di Gatto.



**Figura 7: Evidenziare l'espansione richiede un trattamento specifico dell'immagine**

La prima fotografia (Fig. 7a) è stata scattata nel 1994, la seconda (Fig. 7b) nel 1997. Solo un osservatore provvisto di occhi d'aquila potrebbe trovare le differenze tra le due immagini senza l'aiuto del computer. Il processo d'immagine sottrae un'immagine all'altra, l'immagine risultante è detta il residuo (Fig. 7c).



**Figura 8: Le nove immagini residue**

Queste immagini sono il risultato dell'ingrandimento dell'immagine del 1994 e poi della sottrazione dell'immagine del 1997. Il fattore dell'ingrandimento,  $F$ , viene indicato su ogni immagine (da Reed et al., 1999).



## Quesiti

### Quesito 4

- ?
- Decidete in quale delle nove immagini di figura 8 l'asse minore di E25 scompare o è più prossimo a scomparire. Potete decidere anche che due immagini sono ugualmente buone e fare la media per trovare il fattore d'ingrandimento finale.

### Quesito 5

- ?
- Calcolate il tempo tra le date delle due immagini e convertite questo periodo di tempo in secondi. Perché non è importante conoscere il tempo esatto in cui sono state prese le due immagini?

### Quesito 6

- ?
- Cercate di localizzare l'asse minore di E25 in figura 5. Misurate la distanza,  $d$ , dalla stella centrale della nebulosa fino all'asse minore di E25 in unità di millesecodi d'arco. Convertite questa distanza in radianti usando il fattore di conversione che trovate nella dispensa Strumenti.

### Quesito 7

- ?
- Adesso avete tutto ciò che vi occorre per calcolare l'espansione parallattica  $\omega$  usando il metodo dell'ingrandimento.

### Quesito 8

Come menzionato prima, la velocità tangenziale dell'asse minore di E25, è già stata misurata da diversi gruppi di astronomi e risulta di 16,4 km/sec.

- ?
- Calcolate la distanza della nebulosa Occhio di Gatto.

Prima di confrontare i vostri risultati con quello di Reed ed altri, dovrete calcolare la distanza della Nebulosa Occhio di Gatto usando il metodo dell'adattamento radiale.

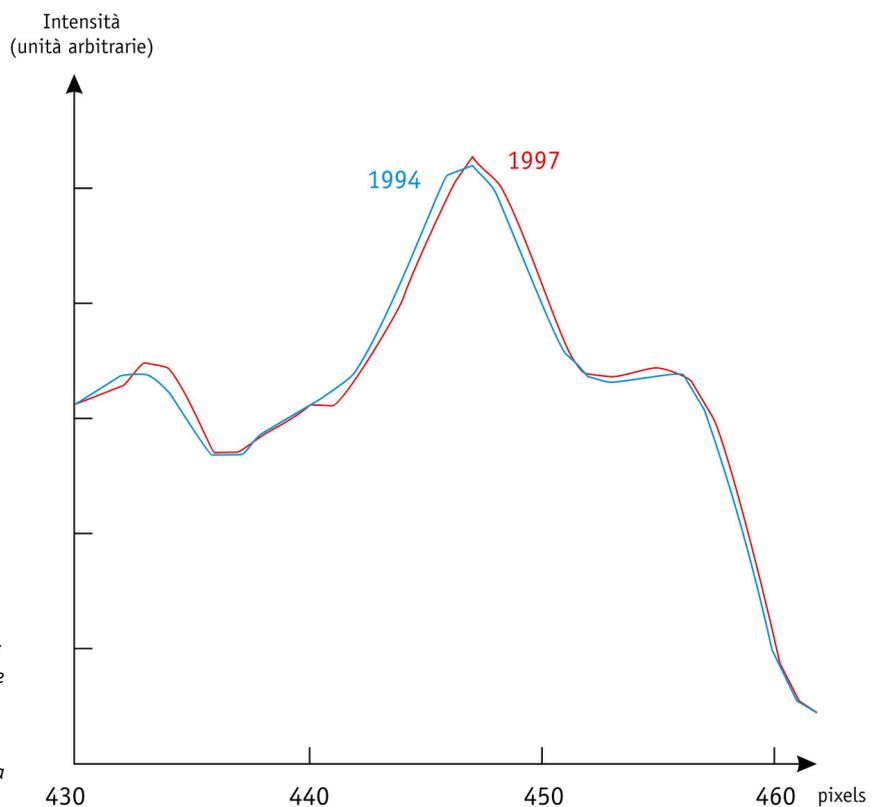


## Il metodo dell'adattamento radiale

Se misurassimo i valori dei pixel di una linea che passa attraverso la stella centrale in figura 5, otterremmo un risultato simile alla curva mostrata in figura 9. I picchi e le valli della curva corrispondono a zone di luce e buio lungo la linea e riflettono l'intensità della luce che viene da ondulazioni e nodi differenti della nebulosa.

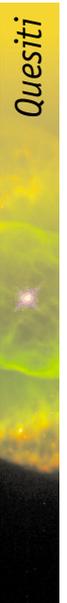
Le differenze tra due curve tracciate a partire da due immagini diverse, rispettivamente del 1994 e del 1997, possono essere usate per misurare l'espansione della nebulosa.

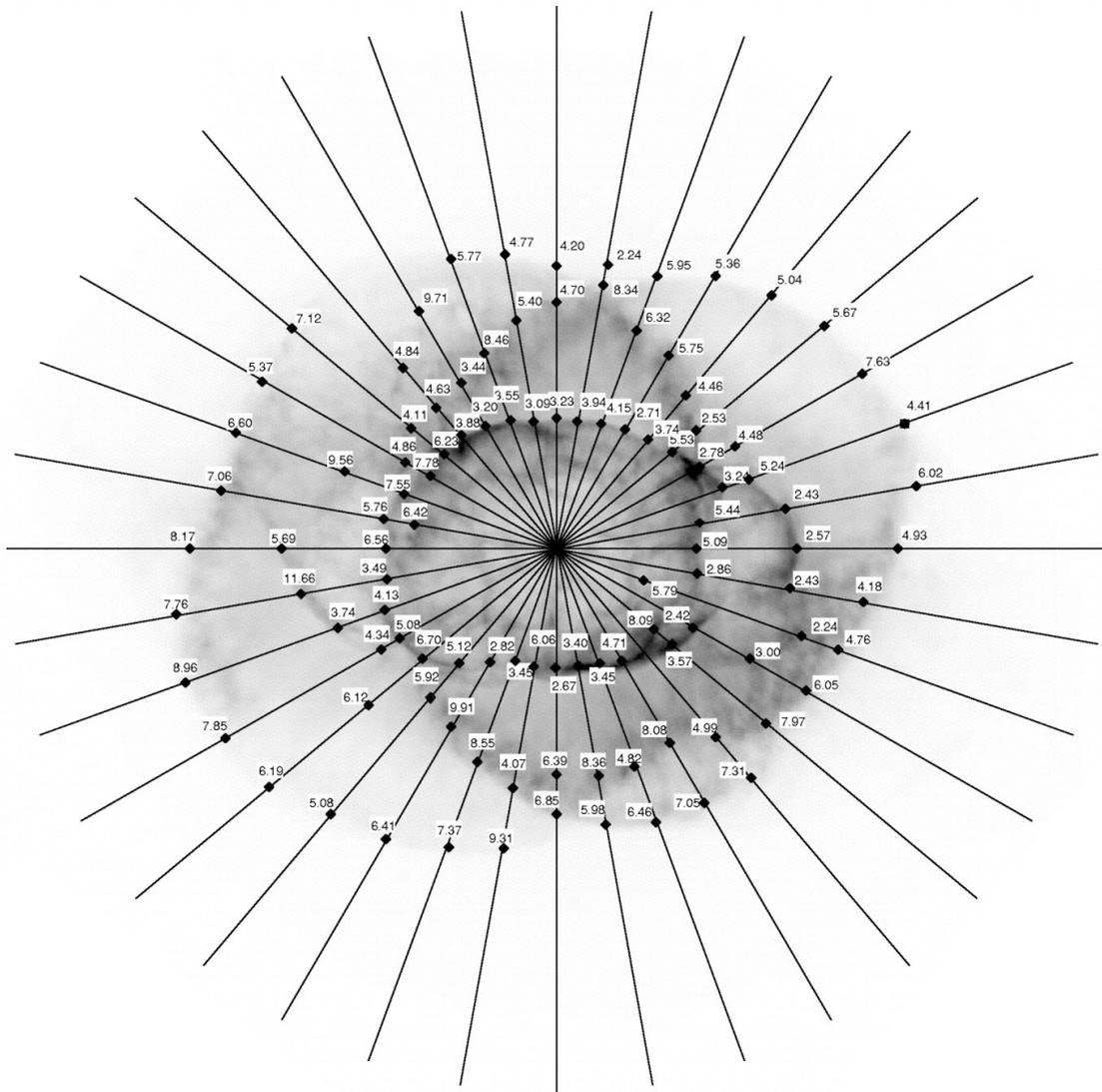
Sfortunatamente la differenza tra le posizioni delle caratteristiche nelle 2 immagini è molto piccola (inferiore ad 1 pixel) così non potete ripetere questa misura da soli. Dovete affidarvi alle diverse misurazioni di  $\omega$  degli scienziati ed usarle per ricavare ancora una volta la distanza della nebulosa Occhio di Gatto. Gli scienziati hanno misurato  $\omega$  in molti punti diversi di E25 (e anche in molti altri punti della nebulosa). Queste misure vengono illustrate in figura 10. NB: le misure sono indicate in millisecondi d'arco per anno e devono essere convertite in unità corrette.



**Figura 9: Profili di intensità**

Due esempi di misurazioni di intensità lungo una linea che passa attraverso la nebulosa rispettivamente nel 1994 e nel 1997. La linea che abbiamo considerato è quella a ore 12 in punto nella figura 10.





**Figura 10:  $w$  e i Profili di Intensità Radiale**  
Il risultato di  $\omega$ 's di un accurato adattamento dei profili radiali lungo le linee mostrate in figura.  $\omega$  è misurato in milliarsecondi/anni (da Reed et al., 1999)



## Quesiti

### Quesito 9

- ? Individuate l'asse minore di E25 in figura 10. Leggete da  $\omega$  dei punti appropriati — fate attenzione a fare corrispondere i punti con i numeri. Fate la media delle  $\omega$  trovate nella figura e calcolate la distanza della Nebulosa Occhio di Gatto come prima.

### Quesito 10

L'età cinematica (il tempo che è passato da quando l'espansione della nebulosa è iniziata),  $T$ , del guscio interno della nebulosa può essere dedotto dai valori calcolati precedentemente (considerando che la velocità di espansione è costante da quando è iniziata):

$$T = d/\omega$$

Il valore di  $d$  è stato trovato nel quesito 6.

- ? Calcolate l'età cinematica,  $T$ , per entrambi i valori di  $\omega$  che avete determinato.

### Quesito 11

Il risultato di Reed ed altri della distanza della Nebulosa Occhio di Gatto è  $1001 \pm 269$  parsec. Questo risultato è stato ottenuto misurando non solo E25 ma anche: a) altre strutture con il metodo dell'ingrandimento; b) usando tutti i punti diversi con il metodo dell'adattamento radiale; c) servendosi di un terzo metodo, chiamato metodo del contorno.

- ? Confrontate il vostro risultato con il risultato di Reed ed altri.
- ? Pensate dove potete aver influenzato il risultato significativamente con le scelte che avete fatto. Ripetete il calcolo della distanza variando leggermente i parametri. Potete, ad esempio, scegliere un'altra immagine residua con il metodo dell'ingrandimento o scegliere punti diversi con il metodo dell'adattamento radiale. Fate piccole variazioni nei parametri e probabilmente vedrete una grande variazione nei risultati.

Questo esercizio illustra sia la difficoltà ad ottenere accurate misure di distanza sia l'efficacia dei moderni strumenti astronomici.





## Altre letture

### Articoli scientifici

- Reed, Darren S., Balick, B., Hajian, Arsen R., Klayton, Tracy L., Giovanardi, S., Casertano, S., Panagia, N., Terzian, Y. 1999, AJ, 118, 2430–2441: *Hubble Space Telescope Measurements of the Expansion of NGC 6543: Parallax Distance and Nebular Evolution*
- Miranda, L.F., Solf, J. 1992, A&A, 260, 397–410: *Long-slit spectroscopy of the planetary nebula NGC 6543 - Collimated bipolar ejections from a precessing central source?*

Vedi anche al link:  
<http://www.astroex.org/>





## Colophon



**EUROPEAN SOUTHERN OBSERVATORY**  
Education and Public Relations Service

**Gli esercizi di astronomia a cura di ESA/ESO**  
**Esercizio 3: Determinare la distanza**  
**della Nebulosa Occhio di Gatto**  
**1<sup>a</sup> edizione (traduzione della 2<sup>a</sup> edizione inglese**  
**23.05.2002)**

Realizzato da:

Hubble European Space Agency Information Centre  
European Southern Observatory:  
<http://www.astroex.org>  
(Versioni in formato pdf di questo materiale e links  
relativi sono disponibili all'indirizzo sopra citato)

Indirizzo Postale:

European Southern Observatory  
Karl-Schwarzschild-Str. 2  
D-85748 Garching bei München  
Germania

Telefono: +49 89 3200 6306 (or 3200 60)  
Fax: +49 89 3200 64 80 (or 320 32 62)  
E-mail: [info@astroex.org](mailto:info@astroex.org)

Testi di:

Anne Værnholt Olesen, Lars Lindberg Christensen,  
Jean-Marc Brauer, e Arntraud Bacher

Grafica e layout:

Martin Kornmesser

Traduzione italiana:

Carmelo Evoli e Angelo Meduri

Revisione:

Eugenio Benvenuti  
Piero Benvenuti

Coordinamento:

Lars Lindberg Christensen e Richard West

Un ringraziamento particolare è rivolto a Darren Reed e Arsen Hajian per la raccolta dei dati e a Nina Troelsgaard Jensen, Frederiksberg Seminarium, per i commenti.

Per l'edizione Italiana si ringraziano la Società Astronomica Italiana (SAIt), la sezione Calabria della SAIt e la Professoressa Angela Misiano (Liceo Scientifico "Leonardo da Vinci", Reggio Calabria) per il supporto.



## Guida per l'insegnante

### Breve Sommario

Misuriamo a velocità di espansione angolare della Nebulosa Occhio di Gatto da un'attenta analisi delle due immagini raccolte da Hubble nel 1994 e nel 1997. Con l'aiuto delle misure della velocità tangenziale ricavate da una recente rivista scientifica, è possibile determinare la distanza della nebulosa. Inoltre deriviamo la distanza osservando nelle due immagini la variazione del profilo di intensità delle caratteristiche più rilevanti tra il 1994 ed il 1997.

In questo esercizio gli studenti otterranno meno misurazioni che negli esercizi 1 e 2, ma sono introdotti due metodi differenti — uno "tradizionale" e uno "meno tradizionale" — per calcolare la distanza di un oggetto astronomico.

Nel documento scientifico originale gli astronomi hanno usato tre metodi differenti, ma il terzo richiede programmi per computer molto sofisticati e non è possibile ripetere questa misurazione/calcolo.

### Quesiti 1 e 2

Usando l'equazione "distanza = velocità x tempo" troviamo:

$$a = \omega \cdot t$$

$$l = v_t \cdot t$$

### Quesito 3

Usando la Figura 6 nella dispensa Strumenti matematici, con  $b = l$  e  $c = D$ , deduciamo:

$$D = l / a = v_t / \omega$$

### L'espressione di $\omega$ :

$d$  è la distanza angolare dell'oggetto nell'immagine del 1994.  $F$  è il fattore di ingrandimento.  $F \cdot d$  è la distanza angolare dell'oggetto nell'immagine del 1997, quindi  $(F-1)d$  è la differenza angolare tra l'immagine del 1994 e quella del 1997. Dividendo per il tempo trascorso otteniamo la velocità angolare.

### Quesito 4

Il miglior fattore di ingrandimento è **1,00275**, ottenuto come media tra 1,0025 e 1,0030.  $F=1,00275$  fornisce il risultato più vicino a quelli presenti nei testi scientifici.

### Quesito 5

Il tempo trascorso tra il 18 settembre 1994 ed il 17 agosto 1997 (le date le potete trovare a pagina 7) può essere facilmente calcolato. Nota che il 1996 è un anno bisestile.

$$t = 3 \text{ anni} + 1 \text{ giorno} - 31 \text{ giorni} = 1065 \text{ giorni} = \mathbf{9,2016 \times 10^7 \text{ s}}$$

Con quattro cifre significative, un giorno in più o in meno non crea una differenza significativa

### Quesito 6

Da una immagine stampata di 149 mm  $\times$  146 mm:

44 mm corrispondono a 10 arcosecondi quindi 1 arcosecondo corrisponde a **4,4 mm**

Una misura diretta della distanza dalla stella centrale all'asse minore di E25 ci dà:

17,5 mm, corrispondenti a  **$d = 3,98 \text{ arcsecondi} = 1,9282 \times 10^{-5} \text{ radianti}$**  (usando il fattore di conversione indicato nella dispensa Strumenti).



## Guida per l'insegnante

### Quesito 7

Calcolo di  $\omega$  usando il metodo dell'ingrandimento:

$$\omega = (F-1) \times d/t = (1,00275-1) \times 1,9282 \times 10^{-5} / (9,2016 \times 10^7) = 5,7628 \times 10^{-16} \text{ radianti/s}$$

### Quesito 8

Quindi la distanza diventa:

$$D = v_t/\omega = 16,4 / (5,7628 \times 10^{-16}) = 2,8459 \times 10^{16} \text{ km} = 922 \text{ pc}$$

### Quesito 9

Calcolo di  $\omega$  e della distanza  $D$  della nebulosa Occhio di Gatto usando il metodo di adattamento radiale. Sfortunatamente vi è qualche libertà nella scelta dei punti da misurare, quindi la possibilità di dirigere i risultati verso una direzione arbitraria.

Una media effettuata utilizzando dodici punti per le misurazioni (in cima ed in fondo all'ellissoide) dà come risultato:

<b>parte superiore</b>	<b>3.55</b>	<b>3.09</b>	<b>3.23</b>	<b>3.94</b>	<b>4.15</b>	<b>2.71</b>
<b>parte inferiore</b>	<b>2.82</b>	<b>3.45</b>	<b>6.06</b>	<b>2.67</b>	<b>3.40</b>	<b>3.45</b>
<b><math>\omega</math> media (mas/Jahr)</b>	3.54					
<b><math>\omega</math> media (rad/s)</b>	$5.45 \times 10^{-16}$					
<b>D (km)</b>	$3.01 \times 10^{16}$					
<b>D (parsec)</b>	976					

$$\omega = 3,54 \text{ mas/anno} = 3,54 \times 10^{-3} \times 4,8481 \times 10^{-6} / (365 \times 24 \times 3600) \text{ radianti/s} = 5,45 \times 10^{-16} \text{ radianti/s}$$

### Quesito 10

$$T = d/\omega = (1,9282 \times 10^{-5}) / (5,7628 \times 10^{-16}) = 3,3460 \times 10^{10} \text{ s} = 1061 \text{ anni}$$

con il valore di  $\omega$  ottenuto con il metodo dell'adattamento radiale

$$T = 3,539 \times 10^{10} \text{ s} = 1123 \text{ anni}$$

### Quesito 11

Il risultato ottenuto da Reed è  $D = 1001 \pm 269 \text{ pc}$ ,  $T = 1039 \pm 259 \text{ anni}$ .

Nota che entrambi i metodi lasciano la possibilità di inconsci aggiustamenti dei dati. Sarebbe una buona idea permettere agli studenti di condurre una analisi di minimi e di massimi più accurata. Comunque nonostante vi siano numerose decisioni da prendere durante le operazioni di misura e di calcolo, non è possibile che il risultato ottenuto sia completamente irragionevole.

[www.astroex.org](http://www.astroex.org)

